



认知 MIMO 系统中波束成形和功率的 联合控制博弈算法

彭 青, 李银伟, 郭志军

(上海无线电设备研究所 上海 200090)

摘 要: 针对认知 MIMO 系统中波束成形和功率的联合优化问题, 建立了非合作可分离对策联合博弈模型, 提出了新的代价函数, 根据 KT 条件证明了该模型中的各个子博弈均存在最优纳什均衡, 从而得到联合博弈存在最优纳什均衡的结论, 并提出了新的交替迭代算法。仿真结果表明, 该算法有较快的收敛速度; 同时, 在动态环境下, 算法也能达到最优纳什均衡, 具有较好的稳定性。

关键词: 认知无线电; MIMO; 博弈论; 波束成形; 功率

doi: 10.11959/j.issn.1000-0801.2015151

Joint Beamforming and Power Control Algorithm for Cognitive MIMO System via Game Theory

Peng Qing, Li Yinwei, Guo Zhijun

(Shanghai Radio Equipment Research Institute, Shanghai 200090, China)

Abstract: The optimization problem of joint beamforming and power for cognitive MIMO system was studied. Firstly, a non-cooperative separable game model was established and a cost function about the two parameters was put forward. Then it was concluded that the optimal Nash equilibrium of joint game exists by proving the existence of optimal Nash equilibrium of two sub-games through KT conditions. Finally, a new iterative algorithm alternately was presented. The simulation results demonstrate that the proposed algorithm has a faster convergence rate. Meanwhile, the algorithm also comes to the optimal Nash equilibrium and has perfect stability in the dynamic communication environment.

Key words: cognitive radio, MIMO, game theory, beamforming, power

1 引言

认知无线电是为缓解日益增长的无线频谱资源需求与频谱资源紧缺之间的矛盾而提出的一种新技术^[1]。MIMO 技术充分利用空间中多散射体所造成的多径效应来抑制

信道衰落, 在不额外占用频谱带宽的前提下进一步提高系统容量^[2]。认知 MIMO 系统充分利用空域和时域的自由度, 在提高频谱利用率的同时, 实现高服务质量(QoS)、高速率的通信服务。

波束成形技术将信号导向特定方向, 使天线主瓣对准

收稿日期: 2015-01-18 ; 修回日期: 2015-06-11

论文引用格式: 彭青, 李银伟, 郭志军. 认知 MIMO 系统中波束成形和功率的联合控制博弈算法. 电信科学, 2015151

Peng Q, Li Y W, Guo Z J. Joint beamforming and power control algorithm for cognitive MIMO system via game theory. Telecommunications Science, 2015151



用户信号到达方向,旁瓣或零瓣对应干扰方向,从而增强目标用户信号并抑制干扰信号。波束成形和功率控制这两种干扰抑制技术,能降低同信道间干扰,提高系统整体性能。对于这两个参数的联合优化算法,大部分研究集中在优化理论上^[3-5]。参考文献[3]针对认知 SIMO 多址信道中速率和最大化的问题,在基站处使用迫零判决反馈均衡(zero-forcing based decision feedback equalizer, ZF-DFE)的最优方案,提出 CML(caped multi-level)注水算法;针对信干噪比公平性问题,提出 MMSE 接收方案,将多约束条件的优化问题转化为多个单约束条件的优化问题。参考文献[4]在认知 MISO 系统中对波束成形和功率进行联合优化时,根据认知用户与主用户是否合作建立了不同约束条件下的优化模型,并通过上下行对偶原理对模型进行转化,最后提出了新的迭代算法并求得最优解。参考文献[5]在认知用户发射功率和对主用户的干扰都受到限制的条件下,利用对偶技术和脏纸编码(dirty paper coding, DPC)对认知 MIMO 高斯广播信道进行简化,并提出了一种功率分配迭代算法来获得最大的系统容量。近年来,利用博弈论解决通信系统中多参量的联合优化问题,也逐渐受到重视^[6,7]。参考文献[6]利用博弈论研究了认知无线电中功率和速率分配的问题,通过非合作博弈建立一个多目标线性优化模型,并且得到帕累托最优解。参考文献[7]利用博弈论研究了自适应波束成形和多用户检测的联合优化问题。然而,研究者很少利用博弈论来研究认知 MIMO 系统中波束成形和功率的联合优化问题。参考文献[8]在非理想信道状态信息条件下研究了认知 MIMO 系统的波束成形和功率分配联合博弈问题。参考文献[9]利用博弈论分析了有限反馈下认知 MIMO 系统的功率分配和波束成形联合优化问题。

本文利用非合作可分离对策联合博弈^[10],建立认知 MIMO 广播信道的波束成形和功率的联合控制博弈模型,并证明各个子博弈存在最优的纳什均衡解,最终得到联合博弈存在最优纳什均衡解的结论;与此同时,提出新的交替迭代算法,并通过仿真验证该算法的性能。

2 系统模型

认知 MIMO 下行链路通信系统模型如图 1 所示。认知系统和主系统共享同一频谱,认知用户受到来自主基站发射信号的干扰;同时,主用户也受到来自认知基站发射信号的干扰。认知系统包括 1 个有 N_t 根发射天线的认知基站和 K 个有 N_r ($N_r \leq N_t$) 根接收天线的认知用户,认知基站

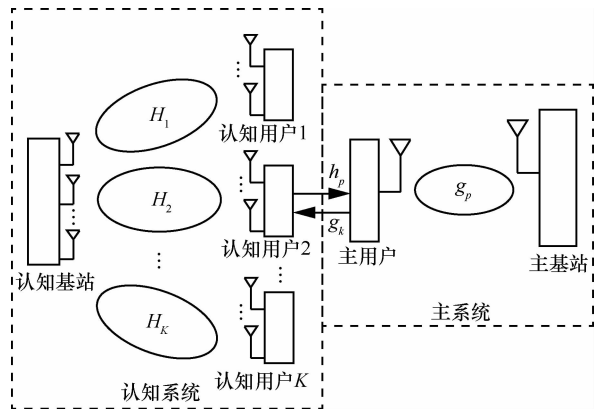


图 1 认知 MIMO 下行链路通信系统模型

采用多天线技术进行频谱检测,在不干扰主用户的前提下与多个认知用户进行通信;主系统包括 1 个主基站和 1 个主用户,都是单天线。本文仅考虑有一个主用户的情况,其目的是突出认知环境,减小系统的复杂度。本文所提出的算法能够扩展到存在多个主用户的系统环境中。

认知基站发射发送信号 x 为:

$$x = \sum_{k=1}^K b_k \sqrt{p_k} u_k = U P^{1/2} b \quad (1)$$

其中, $b = [b_1, b_2, \dots, b_K]^T$ 为 K 维认知基站发送的独立数据流向量,且 $E[|b_k|^2] = 1$; $P = \text{diag}[b_1, b_2, \dots, b_K]$, 元素 p_k 为认知基站发给认知用户 k ($k=1, 2, \dots, K$) 的功率; $U = [u_1, u_2, \dots, u_K]$ 为认知基站发送的波束成形矩阵, U 是 $U_t \times K$ 矩阵, $u_k \in \mathbb{C}^{N_t \times 1}$ 是认知用户 k 的波束成形向量,且 $\|u_k\|_2 = 1$ 。

假设认知基站具备完整的信道状态信息,服从大尺度衰落,则认知用户接收到的信号 r_k 为:

$$r_k = H_k x + g_k b_0 \sqrt{p_p} + n_k = \underbrace{H_k b_k \sqrt{p_k} u_k}_{\text{期望信号}} + \underbrace{H_k \left(\sum_{l=1, l \neq k}^K b_l \sqrt{p_l} u_l \right) + b_0 \sqrt{p_p} g_k + n_k}_{\text{干扰+噪声}} \quad (2)$$

其中, $H_k = [h_{k1}, h_{k2}, \dots, h_{kN_t}]$ 为认知基站到认知用户 k 的链路增益, H_k 是 $N_r \times N_t$ 矩阵, $g_k \in \mathbb{C}^{N_t \times 1}$ 为主基站到认知用户 k 的链路增益, n_k 为认知用户 k 处的均值为 0、功率谱密度为 σ^2 的加性高斯白噪声。其中, $H_k b_k \sqrt{p_k} u_k$ 是认知基站发送给认知用户 k 的有用信号, $z_k = H_k \left(\sum_{l=1, l \neq k}^K b_l \sqrt{p_l} u_l \right) + b_0 \sqrt{p_p} g_k + n_k$ 是认知基站发送给其他认知用户的信号、主基站发送的信号及噪声在认知用户 k 处的干扰之和。

主用户接收到的信号 y_p 为:

$$y_p = \sqrt{p_p} g_p b_0 + h_p^T x + n_p = \sqrt{p_p} g_p b_0 + h_p^T \sum_{k=1}^K b_k \sqrt{p_k} u_k + n_p \quad (3)$$

其中, p_p, b_0 为主基站的发射功率和数据流, $h_p \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ 是认知基站到主用户的链路增益, g_p 是主基站到主用户的链路增益。

3 SINR 和干扰函数

认知用户 k 处的总干扰的协方差矩阵为 $Z_k = E[z_k z_k^T] = \sum_{i \in \mathbb{L}, i \neq k} p_i H_{ik} u_i u_i^T H_{ik}^T + p_p g_k g_k^T + n_k n_k^T$, 将 z_k 视为协方差矩阵为 Z_k 的有色噪声, 对 z_k 进行变白处理, 对 r_k 左乘 $Z_k^{-1/2}$, 可得到:

$$\tilde{r}_k = Z_k^{-1/2} r_k = Z_k^{-1/2} H_k b_k \sqrt{p_k} u_k + Z_k^{-1/2} \cdot z_k = \tilde{H}_k b_k \sqrt{p_k} u_k + \tilde{z}_k \quad (4)$$

其中, $\tilde{H}_k = Z_k^{-1/2} H_k$ 是变换后的链路增益, $\tilde{H}_k \in \mathbb{C}^{N_t \times N_t}$, 经过处理后的高斯白噪声 $\tilde{z}_k = Z_k^{-1/2} z_k$, $E[\tilde{z}_k \tilde{z}_k^T] = E[Z_k^{-1/2} z_k \cdot (Z_k^{-1/2} z_k)^T] = I_{N_t}$ 。对 $\tilde{H}_k$ 进行分奇异值分解, 可得到:

$$\tilde{H}_k = U_k A_k V_k^H \quad (5)$$

其中, $A_k \in \mathbb{C}^{N_t \times N_t}$ 为非负对角矩阵, 其对角线元素是 $\tilde{H}_k$ 的奇异值。令 $\rho_k = \text{rank}(\tilde{H}_k)$, 且满足 $\rho_k \leq \min(N_t, N_r)$, 则 A_k 可以表示为:

$$A_k = \begin{bmatrix} \hat{\Lambda}_k(\rho_k \times \rho_k) & 0_{\rho_k \times (N_t - \rho_k)} \\ 0_{(N_t - \rho_k) \times \rho_k} & 0_{(N_t - \rho_k) \times (N_t - \rho_k)} \end{bmatrix} \quad (6)$$

令 $\bar{r}_k = U_k^H \tilde{r}_k$, $\bar{u}_k = V_k^H u_k$, $\bar{z}_k = U_k^H \tilde{z}_k$, 则式(4)可以写成:

$$\bar{r}_k = A_k b_k \sqrt{p_k} \bar{u}_k + \bar{z}_k \quad (7)$$

由于 U_k 和 V_k 可逆, 所以式(7)是转化后的等效信道。由式(6)可知, 接收信号 $\bar{r}_k$ 的后 $(N_t - \rho_k)$ 项分量为 0, 为使发射信号不浪费在非零奇异值对应的等效信道上, 可以只关注非零奇异值对应的等效信道上的接收信号, 即:

$$\begin{aligned} \hat{r}_k &= \begin{bmatrix} I_{\rho_k} & 0_{\rho_k \times (N_t - \rho_k)} \end{bmatrix} \bar{r}_k \\ &= \hat{\Lambda}_k b_k \sqrt{p_k} \begin{bmatrix} I_{\rho_k} & 0_{\rho_k \times (N_t - \rho_k)} \end{bmatrix} \bar{u}_k + \begin{bmatrix} I_{\rho_k} & 0_{\rho_k \times (N_t - \rho_k)} \end{bmatrix} \bar{z}_k \\ &= \hat{\Lambda}_k b_k \sqrt{p_k} \hat{u}_k + \hat{z}_k \end{aligned} \quad (8)$$

其中, $\hat{u}_k = \begin{bmatrix} I_{\rho_k} & 0_{\rho_k \times (N_t - \rho_k)} \end{bmatrix} \bar{u}_k$, $\hat{z}_k = \begin{bmatrix} I_{\rho_k} & 0_{\rho_k \times (N_t - \rho_k)} \end{bmatrix} \bar{z}_k$ 。

对式(7)进行线性变换 $\hat{\Lambda}_k^{-1}$, 等效表达式为^[11]:

$$\hat{r}_{k, \text{inv}} = \hat{\Lambda}_k^{-1} \hat{r}_k = b_k \sqrt{p_k} \hat{u}_k + \hat{\Lambda}_k^{-1} \hat{z}_k \quad (9)$$

再对接收信号 $\hat{r}_{k, \text{inv}}$ 进行匹配滤波, 得:

$$y_k = c_k^T \hat{r}_{k, \text{inv}} = \hat{u}_k^T \cdot \hat{r}_{k, \text{inv}} = \underbrace{b_k \sqrt{p_k}}_{\text{期望信号}} + \underbrace{\hat{u}_k^T \hat{\Lambda}_k^{-1} \hat{z}_k}_{\text{干扰信号+噪声}} \quad (10)$$

其中, $b_k \sqrt{p_k}$ 是认知用户 k 处的期望信号, $\hat{u}_k^T \hat{\Lambda}_k^{-1} \hat{z}_k$ 是认知用户 k 接收到的总干扰信号。认知用户 k 的信干噪比为:

$$\gamma_k(u_k, p) = \frac{p_k}{\hat{u}_k^T \hat{\Lambda}_k^{-1} \hat{z}_k \hat{z}_k^T \hat{\Lambda}_k^{-1} \hat{u}_k} = \frac{p_k}{\hat{u}_k^T \hat{\Lambda}_k^{-2} \hat{u}_k} = \frac{p_k}{i_k} \quad (11)$$

其中, 定义 $i_k = \hat{u}_k^T \hat{\Lambda}_k^{-2} \hat{u}_k$ 为认知用户 k 处的干扰, 即其他认知用户、主用户及背景噪声在认知用户 k 处的总干扰。

4 基于可分离对策联合博弈的控制算法

4.1 代价函数

令 $NPCG = [\Omega, \{u_k \times p_k\}_{k \in \Omega}, \{J_k(\cdot)\}_{k \in \Omega}]$ 表示非合作可分离对策联合博弈模型, $\Omega = \{1, 2, \dots, K\}$ 为认知用户数集合, u_k 和 p_k 分别是认知用户 k 的波束成形向量和功率的策略集合, $J_k(\cdot)$ 为认知用户 k 的代价函数。在认知 MIMO 系统中, 认知用户 k 受到其他用户的干扰越大, 其为了改善通信质量, 随之会增大功率, 付出的代价也越大。基于此, 采用式(12)的代价函数^[12]:

$$J_k(p_k, u_k) = p_k(i_k + \lambda |h_p^T u_k|^2) \quad (12)$$

其中, $\lambda |h_p^T u_k|^2$ 表示认知用户对主用户 k 的干扰, λ 表示正的惩罚因子, 其值越大, 意味着对认知用户 k 的惩罚越厉害。

由于 $u_k = V_k \bar{u}_k = V_k \begin{bmatrix} \hat{u}_k & 0_{(N_t - \rho_k) \times 1} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \hat{V}_{N_t \times \rho_k} & V_{N_t \times (N_t - \rho_k)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{u}_k & 0_{(N_t - \rho_k) \times 1} \end{bmatrix}^T = \hat{V}_{N_t \times \rho_k} \hat{u}_k$, 式(12)可以简化为:

$$\begin{aligned} J_k(p_k, \hat{u}_k) &= p_k \cdot (i_k + \lambda |h_p^T \hat{V} \hat{u}_k|^2) \\ &= p_k (\hat{u}_k^T \hat{\Lambda}_k^{-2} \hat{u}_k + \lambda \cdot \hat{u}_k^T \hat{V}^T h_p h_p^T \hat{V} \hat{u}_k) \\ &= p_k \hat{u}_k^T (\hat{\Lambda}_k^{-2} + \lambda \cdot \hat{V}^T h_p h_p^T \hat{V}) \hat{u}_k \\ &= \underbrace{p_k}_{f_k(p_k)} \underbrace{\hat{u}_k^T S_k \hat{u}_k}_{g_k(\hat{u}_k)} \end{aligned} \quad (13)$$

其中, $S_k = \hat{\Lambda}_k^{-2} + \lambda \cdot \hat{V}^T h_p h_p^T \hat{V}$ 。由可分离对策博弈的定义可知, 若代价函数 $J_k(\cdot)$ 可分解为关于策略集合中两个参量的独立连续函数, 则该博弈是非合作可分离对策联合博弈。由式(13)可知, 代价函数 $J_k(\cdot)$ 可分解为关于认知用户 k 的功率 p_k 的函数 $f_k(p_k)$ 和波束成形向量 $\hat{u}_k$ 的函数



$g_k(\hat{u}_k)$, 则该博弈是非合作可分离对策博弈。

4.2 波束成形子博弈

在功率一定的情况下, 该联合博弈转化为波束成形向量子博弈。令 $NCG=[\Omega, \{\hat{u}_k\}, \{J_k(\cdot)\}]$ 表示波束成形向量子博弈, $\Omega=\{1, 2, \dots, K\}$ 为认知用户数集合, $\hat{u}_k$ 是发送给认知用户 k 的波束成形向量, $J_k(\cdot)$ 为认知用户 k 的代价函数。在这个子博弈中, 认知用户通过调整各自的波束成形向量来最小化自己的代价函数, 即:

$$\begin{aligned} \min J_k(p_k, \hat{u}_k) \Big|_{p_i \text{ 固定}} \\ \text{s.t. } \hat{u}_k^T \hat{u}_k = 1 \end{aligned} \quad (14)$$

定理 1 根据纳什不动点原理^[13], 对于博弈 $G=[N, \{p_i\}, \{u_i(\cdot)\}]$, 只要证明 p_i 是欧几里得空间上的非空、闭的、有界的凸集, 并且效用函数 $u_i(p_i, p_{-i})$ 在 p_i 上是连续拟凹函数, 则纳什均衡存在。

由于每个用户的波束成形向量为非空、闭的、有界的凸集, 满足第 1 个条件。对代价函数 $J_k(\cdot)$ 关于 $\hat{u}_k$ 进行二阶求导:

$$\frac{\partial^2 J_k}{\partial \hat{u}_k^2} = 2p_k S_k \quad (15)$$

由于 S_k 是对称半正定矩阵, 所以 J_k 是关于 p_i 的凹函数。因此, 波束成形子博弈存在纳什均衡存在。

式(14)的凸优化问题用拉格朗日函数表示为:

$$L_k^{\hat{u}_k}(\hat{u}_k, \alpha_k) = J_k + \alpha_k (\hat{u}_k^T \hat{u}_k - 1) = p_k \hat{u}_k^T S_k \hat{u}_k + \alpha_k (\hat{u}_k^T \hat{u}_k - 1) \quad (16)$$

其中, α_k 为拉格朗日乘子。在纳什均衡点, 通信系统中任何用户单方面从这个均衡点改变波束成形向量都会增大自己的代价, 即:

$$J_i(u_i^*, u_{-i}) \leq J_i(u_i, u_{-i}), \forall u_i \quad (17)$$

其中, 最优响应函数为 u_i^* , 对拉格朗日函数关于 $\hat{u}_k$ 求梯度, 得:

$$\frac{\partial L_k^{\hat{u}_k}}{\partial \hat{u}_k} = 2p_k S_k \hat{u}_k + 2\alpha_k \hat{u}_k \quad (18)$$

令式(18)等于 0, 得:

$$S_k \hat{u}_k = -\frac{\alpha_k}{p_k} \hat{u}_k \quad (19)$$

波束成形向量的最优响应函数 u_i^* 可由 S_k 的最小特征值所对应的特征向量得到。

为证明纳什均衡点是最优的, 需判定其是否满足 KT 条件。对式(16)在纳什均衡点处进行泰勒级数展开, 此展开式中, 由于 1 次求导项等于 0, 高次项可忽略, 因此只需

判断 2 次项是否满足 KT 条件。由于:

$$\begin{aligned} D_k^{\hat{u}_k} &= (-1) \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 L_k^{\hat{u}_k}(\hat{u}_k, \alpha_k)}{\partial \hat{u}_k^2} & \frac{\partial^2 L_k^{\hat{u}_k}(\hat{u}_k, \alpha_k)}{\partial \hat{u}_k \partial \alpha_k} \\ \left(\frac{\partial^2 L_k^{\hat{u}_k}(\hat{u}_k, \alpha_k)}{\partial \hat{u}_k \partial \alpha_k} \right)^T & \frac{\partial^2 L_k^{\hat{u}_k}(\hat{u}_k, \alpha_k)}{\partial \alpha_k^2} \end{vmatrix} \\ &= (-1) \begin{vmatrix} 2p_k S_k + 2\alpha_k & 2\hat{u}_k \\ 2\hat{u}_k^T & 0 \end{vmatrix} = 4 > 0 \end{aligned} \quad (20)$$

其满足 KT 条件, 所以该纳什均衡点是最优的。

4.3 功率子博弈

在波束成形向量一定的情况下, 该联合博弈转化为功率子博弈。令表示功率子博弈, 其中 $\Omega=\{1, 2, \dots, K\}$ 为认知用户数集合, p_k 是发送给认知用户 k 的功率, $J_k(\cdot)$ 为认知用户 k 的代价函数。在这个子博弈中, 各认知用户通过调整各自的功率来最小化自己的代价函数, 即:

$$\begin{aligned} \min J_k(p_k, \hat{u}_k) \Big|_{\hat{u}_k \text{ 固定}} \\ \text{s.t. } p_k = \gamma_k^* \cdot i_k \end{aligned} \quad (21)$$

其中, γ_k^* 为认知用户 k 的目标信干噪比。

由于功率功率为非空、闭的、有界的凸集, 并且 $J_k(p_k, \hat{u}_k)$ 是 p_k 的线性函数, 满足凹函数性质, 因此, 该功率子博弈存在纳什均衡解。

式(21)的凸优化问题用拉格朗日函数表示为:

$$L_k^{p_k}(p_k, \beta_k) = J_k + \beta_k (p_k - \gamma_k^* \cdot i_k) = p_k \hat{u}_k^T S_k \hat{u}_k + \beta_k (p_k - \gamma_k^* \cdot i_k) \quad (22)$$

其中, β_k 为拉格朗日乘子。对 β_k 求梯度, 得:

$$\frac{\partial L_k^{p_k}}{\partial \beta_k} = p_k - \gamma_k^* \cdot i_k \quad (23)$$

令梯度等于 0, 得到功率的最优响应函数为:

$$p_k = \gamma_k^* \cdot i_k \quad (24)$$

即 p_k 的最优响应函数是 $\gamma_k^* \cdot i_k$ 。同样, 在纳什均衡点处进行泰勒级数展开, 可得到:

$$\begin{aligned} D_k^{p_k} &= (-1) \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 L_k^{p_k}(p_k, \beta_k)}{\partial p_k^2} & \frac{\partial^2 L_k^{p_k}(p_k, \beta_k)}{\partial p_k \partial \beta_k} \\ \left(\frac{\partial^2 L_k^{p_k}(p_k, \beta_k)}{\partial p_k \partial \beta_k} \right)^T & \frac{\partial^2 L_k^{p_k}(p_k, \beta_k)}{\partial \beta_k^2} \end{vmatrix} \\ &= (-1) \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = 1 > 0 \end{aligned} \quad (25)$$

其满足 KT 条件, 则该功率子博弈的纳什均衡点也是最优的。由于功率子博弈和波束成形子博弈都存在最优的

纳什均衡,所以可分离对策联合博弈也存在最优的纳什均衡解。

4.4 算法步骤

利用两个参量各自的最佳响应函数来寻找联合博弈的最优纳什均衡解,认知用户的波束成形向量的更新公式表示为:

$$\hat{u}_k(n+1) = \frac{\hat{u}_k(n) + m\beta x_k(n)}{\|\hat{u}_k(n) + m\beta x_k(n)\|} \quad (26)$$

其中, $x_k(n)$ 是波束成形向量的最佳响应函数, β 是步长因子, $m = \text{sgn}[\hat{u}_k^T(n)x_k(n)]$, 表示更新后的波束成形向量与当前的波束成形向量夹角的量化。认知用户的功率更新公式表示为:

$$p_k(n+1) = (1-\mu)p_k(n) + \mu\gamma_k^* i_k(n) \quad (27)$$

其中, $0 < \mu < 1$ 。

交替迭代算法实现步骤如下。

(1) 设置迭代次数 $n=0$, 初始化波束成形矩阵 $U(n)$ 、认知用户传输功率矩阵 $P(n)$ 、目标信干噪比 γ_k^* , 设置迭代精度 ε 。

(2) 对认知用户 k 的接收信号进行噪声白化处理, 根据处理后的信道增益矩阵的秩 ρ_k 计算 $\hat{A}_k^{-2}$, 计算 $S_k(n)$ 及其最小特征值对应的特征向量 $x_k(n)$; 同时, 利用式 (26) 进行波束成形向量 $\hat{u}_k$ 的迭代更新。

(3) 若 $\rho_k < N_t$, 对 $\hat{u}_k$ 补零到 N_t 维得到 $\bar{u}_k$; 利用 $u_k = V_k \bar{u}_k$ 得到原始的波束成形向量。

(4) 利用式 (27) 进行功率的迭代更新。

(5) 若满足 $|J_k(n+1) - J_k(n)| \leq \varepsilon$, 继续; 否则, 转至步骤 (2)。

(6) 若满足式 (20) 的最优判定条件, 得到最优纳什均衡解; 否则, 转至步骤 (2)。

5 仿真结果及性能分析

在系统模型中, 假设有 5 个认知用户均匀地分布在以认知基站为中心的圆形区域中, 且都配置相同的接收天线 $N_r=4$; 认知基站的发射天线 $N_t=6$; 功率矩阵初始化为 $P=0.1I_5$; 接收机处的噪声协方差矩阵为 $W_k=0.1I_4$; 认知用户的目标信干噪比初始化为 $r_k^*=[2, 1.9, 1.8, 1.7, 1.5]$; 信道矩阵 H_k 是均值为 0、协方差为单位矩阵的原型对称复高斯矩阵; 步长因子 $\beta=0.5$, $\mu=0.5$, 代价因子 $\lambda=0.1$, 迭代精度 $\varepsilon=10^{-6}$ 。

图 2 和图 3 分别为各用户在达到纳什均衡状态时, 认知用户 1 的目标信干噪比由 2 变为 1, 再变为 2 时, 各认

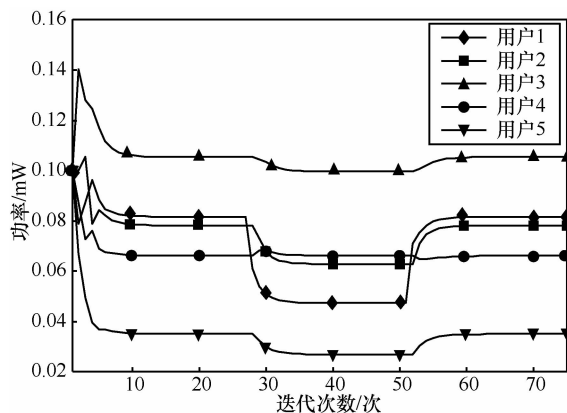


图2 功率随迭代次数的变化

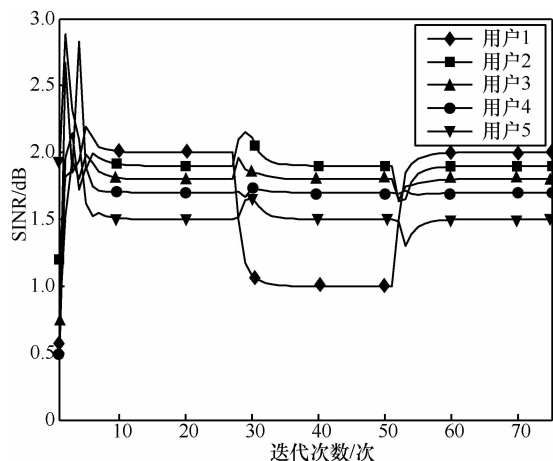


图3 信干噪比随迭代次数的变化

知用户的功率和信干噪比随迭代次数的变化。由图 2 和图 3 可知, 当认知用户 1 的目标信干噪比发生变化时, 各个认知用户的信干噪比和功率都会有突变, 但最终还是达到新的纳什均衡。

同时, 每次达到纳什均衡时的波束成形矩阵分别为:

$$S_1 = \begin{bmatrix} -0.7585 & 0.0837 & -0.3258 & 0.5741 & -0.2577 \\ -0.3080 & 0.2390 & -0.6237 & -0.5845 & 0.0622 \\ 0.2925 & -0.0904 & -0.4672 & 0.1468 & -0.5583 \\ 0.3001 & 0.3993 & 0.1157 & 0.3617 & -0.3332 \\ 0.3601 & -0.8310 & -0.4280 & 0.3427 & 0.5017 \\ -0.1564 & 0.2789 & -0.3000 & 0.2428 & 0.5052 \end{bmatrix}$$

$$S_2 = \begin{bmatrix} -0.7557 & 0.0850 & -0.3626 & 0.5656 & -0.1272 \\ -0.3072 & 0.2521 & -0.6666 & -0.5906 & -0.0184 \\ 0.3024 & -0.1541 & -0.4034 & 0.1056 & -0.6227 \\ 0.2922 & 0.3103 & 0.1750 & 0.3596 & -0.3516 \\ 0.3706 & -0.8518 & -0.4002 & 0.3415 & 0.5217 \\ -0.1428 & 0.2892 & -0.2659 & 0.2724 & 0.4470 \end{bmatrix}$$



$$S_3 = \begin{bmatrix} -0.7585 & 0.0837 & -0.3259 & 0.5741 & 0.2577 \\ -0.3080 & 0.2390 & -0.6237 & -0.5845 & -0.0622 \\ 0.2925 & -0.0904 & -0.4672 & 0.1469 & 0.5584 \\ 0.3001 & 0.3993 & 0.1157 & 0.3617 & 0.3332 \\ 0.3601 & -0.8310 & -0.4280 & 0.3427 & -0.5017 \\ -0.1564 & 0.2789 & -0.3000 & 0.2428 & -0.5052 \end{bmatrix}$$

由此可知,最终各个认知用户的波束成形向量也回到第一次达到纳什均衡时的状态。

图4和图5分别为在纳什均衡状态下,认知用户5从工作状态变为不工作状态,然后又进入工作状态时,各认知用户的功率和信干噪比随迭代次数的变化。由图4和图5可知,当认知用户数目减少或增加时,各个认知用户的功率和信干噪比都会有突变,但最终还是会达到新的纳什均衡。同时,每次达到纳什均衡时的波束成形矩阵分别为:

$$S_1 = \begin{bmatrix} -0.7585 & 0.0837 & -0.3258 & 0.5741 & -0.2577 \\ -0.3080 & 0.2390 & -0.6237 & -0.5845 & 0.0622 \\ 0.2925 & -0.0904 & -0.4672 & 0.1468 & -0.5583 \\ 0.3001 & 0.3993 & 0.1157 & 0.3617 & -0.3332 \\ 0.3601 & -0.8310 & -0.4280 & 0.3427 & 0.5017 \\ -0.1564 & 0.2789 & -0.3000 & 0.2428 & 0.5052 \end{bmatrix}$$

$$S_2 = \begin{bmatrix} -0.7229 & 0.0788 & -0.3522 & 0.5833 \\ -0.3171 & 0.1763 & -0.6329 & -0.5777 \\ 0.2716 & -0.0232 & -0.4429 & 0.2020 \\ 0.2871 & 0.5249 & 0.1137 & 0.3563 \\ 0.4435 & -0.7910 & -0.4277 & 0.3389 \\ -0.1548 & 0.2468 & -0.2889 & 0.2083 \end{bmatrix}$$

$$S_3 = \begin{bmatrix} -0.7585 & 0.0837 & -0.3259 & 0.5741 & 0.2577 \\ -0.3080 & 0.2390 & -0.6237 & -0.5845 & -0.0622 \\ 0.2925 & -0.0904 & -0.4672 & 0.1469 & 0.5584 \\ 0.3001 & 0.3993 & 0.1157 & 0.3617 & 0.3332 \\ 0.3601 & -0.8310 & -0.4280 & 0.3427 & -0.5017 \\ -0.1564 & 0.2789 & -0.3000 & 0.2428 & -0.5052 \end{bmatrix}$$

各认知用户的波束成形向量也回到原来的状态。

图6和图7分别为在固定、减少和增加1个认知用户时,迭代次数随步长因子 β 和 μ 变化。对每种情况进行1000次仿真,取其平均值。由图6和图7可知,收敛速度很大程度上依赖于 μ ,而对 β 并不敏感;当 $\beta=0.5$ 和 $\mu=0.5$ 时,3种情况下达到收敛的迭代次数都在20次以下,表明该算法具有较高的收敛速度。

图8为达到纳什均衡状态时,主用户受到的干扰随代

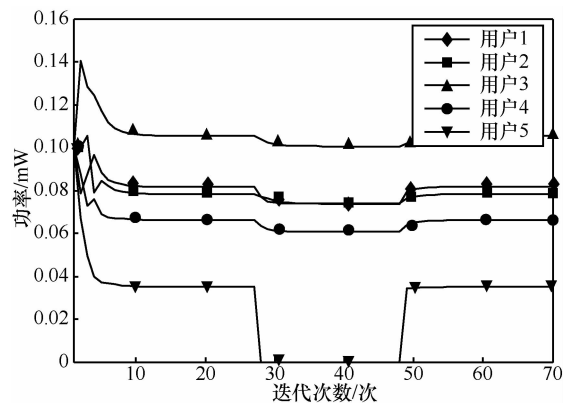


图4 功率随迭代次数的变化

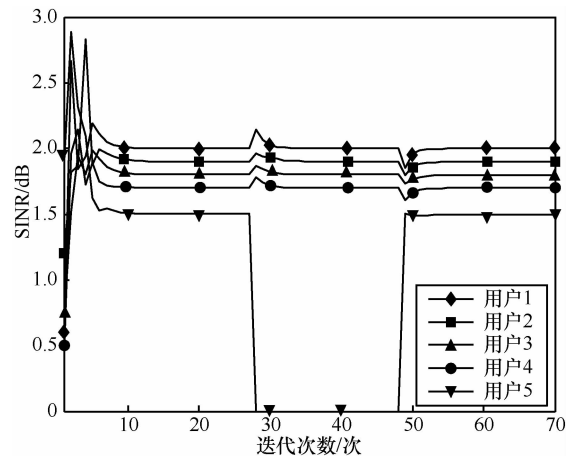


图5 信干噪比随迭代次数的变化

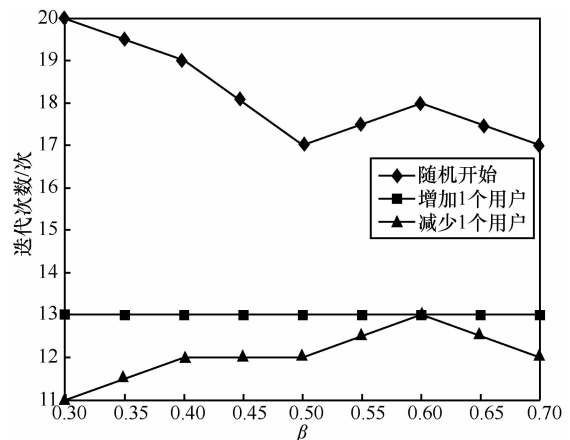
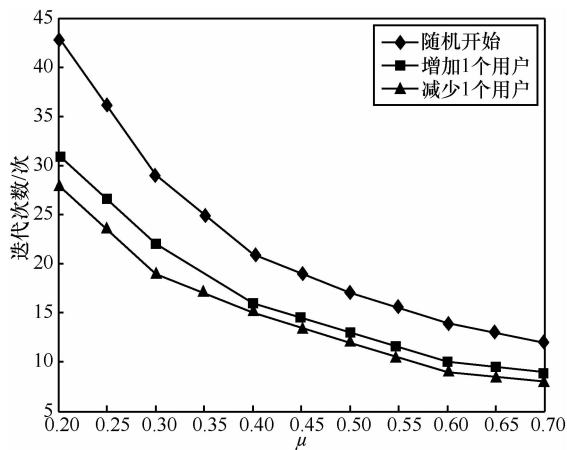
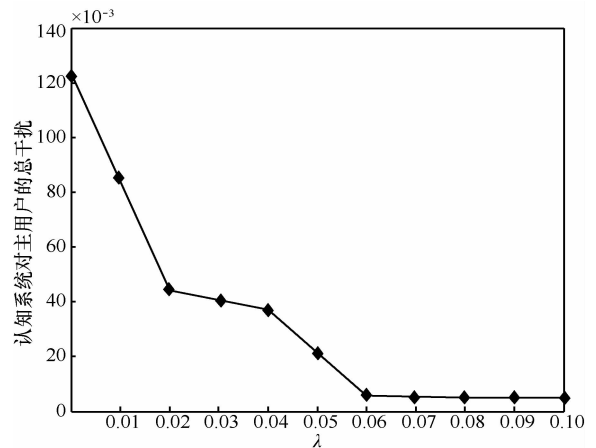


图6 迭代次数随 β 的变化

价因子 λ 的变化。由图8可知,当代价因子 λ 增加时,主用户受到认知系统的干扰减小;当代价因子 $\lambda=0.06$ 时,主用户受到的干扰达到最小。

6 结束语

本文针对认知 MIMO 广播信道中波束成形和功率两个参量的联合优化问题,建立非合作可分离对策联合博弈

图7 迭代次数随 μ 的变化图8 主用户受到的干扰随 λ 的变化

模型,提出了适合本文的代价函数,并证明了联合博弈存在最优的纳什均衡解;与此同时,提出了新的交替迭代算法。仿真结果表明,本文提出的算法有较快的收敛速度;同时在动态系统下,算法也能达到最优纳什均衡解,具有灵活的特性。

参考文献

- Haykin S. Cognitive radio: brain-empowered wireless communications. *IEEE Journals on Selected Areas in Communications*, 2005, 23(2): 201~220
- Du H, Ratnarajah T. Transmit beamforming in MIMO cognitive radio network via semidefinite programming. *Proceedings of IEEE 73rd Vehicular Technology Conference (VTC Spring)*, Yokohama, Japan, 2011: 1~5
- Zhang L, Liang Y C, Xin Y. Joint beamforming and power allocation for multiple access channels in cognitive radio networks. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2008, 26(1): 38~51
- Islam H, Liang Y C, Hoang A T. Joint beamforming and power control in the downlink of cognitive radio networks. *Proceedings of Wireless Communications and Networking Conference*, Kowloon, Hong Kong, China, 2007: 21~26
- Xiao H L, Ouyang S, Wang C X. Cognitive radio MIMO Gaussian broadcast channels with the power constraint. *Wireless Personal Communications*, 2013, 68(3): 769~778
- Zhou P, Yuan W, Liu W, *et al.* Joint power and rate control in cognitive radio networks: a game-theoretical approach. *Proceedings of IEEE International Conference on Communications*, Beijing, China, 2008: 3296~3301
- Kang G H, Fan X N, Zhu C P. A joint power control scheme with game theory waveform adaptation and multiuser detection. *Proceedings of IEEE International Conference on Circuits and Systems for Communications*, Shanghai, China, 2008: 653~657
- Zhao F, Li B, Chen H B, *et al.* Joint beamforming and power allocation for cognitive MIMO systems under imperfect CSI based on game theory. *Wireless Personal Communications*, 2013, 73(3): 679~694
- Zhao F, Wang C, Chen H B, *et al.* Game-theoretic joint power allocation and beamforming for cognitive MIMO systems with finite feedback. *Mobile Networks and Applications*, 2014, 19(4): 512~521
- Popescu D C, Rawat D B, Popescu O, *et al.* Game-theoretic approach to joint transmitter adaptation and power control in wireless systems. *IEEE Transactions on Systems Man & Cybernetics Part B*, 2010, 40(3): 675~682
- Popescu D C, Rose C. Codeword optimization for uplink CDMA dispersive channel. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2005, 4(4): 1563~1574
- Lacatus C, Popescu D C. Adaptive interference avoidance for dynamic wireless systems: a game-theoretic approach. *IEEE Journal of Selected Topics Signal Processing*, 2007, 1(1): 189~202
- Fienberg D, Tirol J. *Game Theory*. MA: MIT Press, 1991

[作者简介]



彭青,女,上海无线电设备研究所助理工程师,主要从事数据链 DSP 软件编程工作。

李银伟,男,博士,上海无线电设备研究所工程师,主要从事雷达信号及无线通信信号处理工作。

郭志军,男,上海无线电设备研究所工程师,主要从事无线通信信号研究工作。